Exercices : suites arithmétiques et géométriques

Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = 5 - 2n$.

1. Calculer u_0, u_1 et u_2.
2. Démontrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison.
3. Que vaut u_{100} ? Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{100}$.

Exercice 2

On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = (n+1)^2 - n^2$.

1. Calculer u_0, u_1 et u_2.
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Si oui, préciser sa raison.
3. Que vaut u_{99} ? Calculer la somme $S = 1 + 3 + +5 + 7 + \ldots + 195 + 197 + 199$.

Exercice 3

On considère la suite (u_n) définie par : $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2}$ et $u_0 = 0$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Justifier que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison.
3. Que vaut u_{100} ?

Exercice 4

La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 8$. On sait que $u_{100} = 650$. Que vaut u_0 ?

Exercice 5

Calculer la somme suivante : $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 998 + 999$.

Exercice 6

La suite (u_n) est arithmétique de raison r. On sait que $u_{50} = 406$ et $u_{100} = 806$.

1. Calculer la raison r et u_0.
2. Calculer la somme $S = u_{50} + u_{51} + \ldots + u_{100}$.

Exercice 7

Calculer les sommes suivantes : $S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + 2017 + 2018$ et $S_2 = 2019 + 2020 + \ldots + 9998 + 9999$.

Exercice 8

Comparer les nombres suivants : $A = 2017(1 + 2 + 3 + \ldots + 2017 + 2018)$ et $B = 2019(1 + 2 + 3 + \ldots + 2016 + 2017)$.

Exercice 9

On considère une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $q = -2$.

1. Calculer u_2, u_3 et u_4.
2. Calculer u_{20}.
3. Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + \ldots + u_{20}$.

Exercice 10

Déterminer un nombre x tel que les trois nombres 25, x et 16 soient trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison négative.

Exercice 11

Calculer le somme $S = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + \ldots + 59049$.

Exercice 12

On considère la suite numérique (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout n, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 1$. On pose, pour tout n, $v_n = 4u_n - 6n + 15$.

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
2. Exprimer v_n en fonction de n ; en déduire que, pour tout n : $u_n = \frac{19}{4} \times \frac{1}{3^n} + \frac{6n-15}{4}$.
3. Montrer que u_n peut s'écrire $u_n = t_n + w_n$ où (t_n) est une suite géométrique et (w_n) une suite arithmétique dont on précisera pour chacune le premier terme et la raison.
4. Exprimer $T_n = t_0 + t_1 + \ldots + t_n$ et $W_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$ en fonction de n.
5. En déduire $U_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$ en fonction de n.