

Informatique en CPGE (2014-2015)

Devoir maison 5

Ce devoir sera fait en groupe (un devoir par groupe de colles).

Le programme sera écrit dans un fichier dont le nom commencera par le nom d'un élève (les noms des autres élèves ayant participé seront écrits en commentaire au début du fichier) suivi de "dm5", par exemple "nom_dm5.py".

Le fichier sera envoyé par email dans un délai de sept jours à compter de la distribution du sujet.

Objectif : on considère la suite de Fibonacci définie par $F_1 = 1$, $F_2 = 1$ et $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ pour tout $n > 0$.

Il s'agit de vérifier que si $a = F_{n+2}$ et $b = F_{n+1}$ alors le nombre d'itérations pour déterminer le pgcd de a et b avec l'algorithme d'Euclide est n .

On vérifie en même temps que F_{n+1} et F_{n+2} sont premiers entre eux.

1. Ecrire une fonction **pgcd(a,b)** qui prend en argument deux entiers naturels $a \geq b$, et renvoie la valeur du pgcd de a et b et le nombre d'itérations effectuées.
2. Ecrire une fonction **fibo(n)** qui prend en argument un entier naturel $n > 0$ et renvoie les nombres de Fibonacci F_{n+1} et F_{n+2} .
3. Pour $n = 10$, le programme stocke dans quatre variables f1, f2, d et cpt les nombres F_{n+1} , F_{n+2} calculés par la fonction **fibo**, le pgcd de ces deux nombres et le nombre d'itérations effectuées par la fonction **pgcd**.
Le programme doit alors afficher les deux messages suivant :
"si $n = 10$ $F_{(n+1)} = 89$ $F_{(n+2)} = 144$ nombre d'itérations = 10"
"le pgcd de $F_{(n+2)} = 144$ et $F_{(n+1)} = 89$ est $d = 1$ "
4. Compléter le programme afin qu'il affiche pour chaque valeur de n variant de 1 à 100 un message donnant les valeurs de n , F_{n+1} , F_{n+2} , du pgcd et du nombre d'itérations.
Par exemple : $n = 16$ $F_{(n+1)} = 1597$ $F_{(n+2)} = 2584$ pgcd = 1 nombre d'itérations 16